1—3—11　M系列変調相関法による残響時間の測定*
——理論的考察——

嵯峨山茂樹　(日本電信電話公社武蔵野電気通信研究所)
五十嵐寿一　石井泰　(東京大学宇宙航空研究所)

1 はじめに　次のような特徴を持つ，新しい残響時間測定法を提案する。

(1) 雑音存在下でも測定可能である。

(2) Schroederの方法[1]によって多数回測定し，平均したものに等価である。

(3) 測定機器は高性能を要しない。(Dレンジ，歪，残留雑音 etc.)

2 測定方法　Fig.1に図解する。

M系列信号（clockに同期して，不規則に±1をとる）$m(t)$により白色雑音を断続し，所望の帯域のフィルタに通してスピーカへ送る。測定点のマイク出力$y(t)$を2乗検波して$y^2(t)$とし，一方，M系列信号を積分器（CR回路で代用）に通したものを$\overline{m}(t)$とする。両者の相互相関関数$\phi_{\overline{m}y^2}(\tau)$を，実時間相関器（or ミニコン）で計算すれば，これは，残響減衰曲線となっている。logをとれば，勾配から残響時間が知られる。

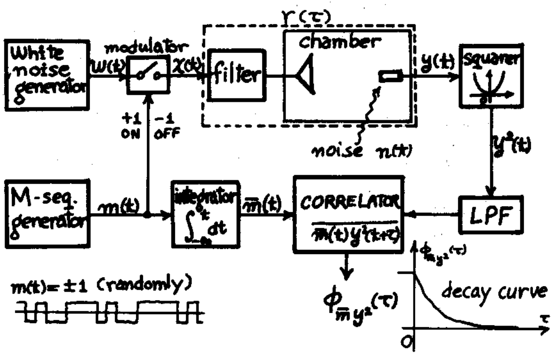

Fig. 1. Block Diagram of Measuring System.

3 原　理　フィルタ，スピーカ，chamber，マイク等を結合した系のインパルス応答を$r(\tau)$とすれば，この系の，インパルス的パワ注入に対する応答（i.e. echo time pattern）は$r^2(\tau)$である。これは，通常のM系列変調相関法[2,3]により，(近似的に) 求められる（Fig.2 (a),(b)）。残響曲線は，$r^2(\tau) \doteqdot \phi_{my^2}(\tau)$を，τ軸と逆の向きに積分してゆけば得られる[1]が，これは，相関関数の第1添字の関数を積分することに等しい。つまり，$\overline{m}(t)=\int_{-\infty}^{t} m(\lambda)\,d\lambda$とすると，$\phi_{\overline{m}y^2}(\tau)$が，求めるdecay curveである。測定の，時間分解能は，Fig.2 (a)の，三角形の急峻さで決まる。つまり，M系列のクロック周期によって決まる。

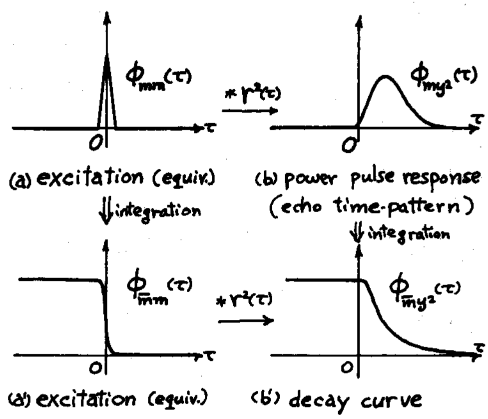

Fig. 2. Illustration of the Theory.

---

* Measurement of Reverberation Time by Correlation Method Using M-sequence Modulation — Theoretical Consideration — by S.SAGAYAMA (Musashino ECL,NTT) , J.IGARASHI , & Y.ISHII (ISAS,Univ. of Tokyo).

4 理論的解析　3の定性的説明とは別に，数式により解析しておく。但し，$\xi(t)$ の平均を $\overline{\xi(t)} \triangleq \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \xi(t)dt$ ，$\xi(t)$ と $\eta(t)$ の相関関数を $\phi_{\xi\eta}(\tau) \triangleq \overline{\xi(t)\eta(t+\tau)}$ と書く。また，$n(t)$ は，$m(t), w(t)$ と独立な雑音（測定時混入，アンプ発生，ドリフト etc）である。

$$\begin{cases} \text{系 } r(\tau) \text{ の入力は，} & x(t)=\frac{1}{2}\{m(t)+1\}w(t) \quad \text{（断続された白色雑音）} & (1) \\ \text{従って，出力は，} & y(t)=x(t)*r(t)+n(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}\{m(\lambda)+1\}w(t-\lambda)r(\lambda)d\lambda+n(t) & (2) \\ \text{積分器の出力は，} & \overline{m}(t)=\int_{-\infty}^{t}m(\lambda)d\lambda=\int_0^{\infty}m(t-\sigma)d\sigma \quad \text{（M系列の積分）} & (3) \end{cases}$$

よって，まず，（(3)より）

$$\phi_{\overline{m}m}(\mu)=\overline{\int_0^{\infty}m(t-\sigma)d\sigma\, m(t+\mu)}=\int_0^{\infty}\phi_{mm}(\mu+\sigma)d\sigma \quad \left(\begin{matrix}\text{Fig.2 (a)と(a')} \\ \text{の関係}\end{matrix}\right) \qquad (4)$$

また，$m(t)$ と $w(t)$ が統計的に独立ならば，両者に関する平均演算は分離できて，

$$\begin{aligned}\phi_{\overline{m}y^2}(\tau) &\triangleq \overline{\overline{m}(t-\tau)y^2(t)} \\ &=\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda_1\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda_2\int_0^{\infty}d\sigma\,\frac{1}{4}\,\overline{\{m(t-\lambda_1)+1\}\{m(t-\lambda_2)+1\}m(t-\tau-\sigma)}\;\overline{w(t-\lambda_1)w(t-\lambda_2)}\,r(\lambda_1)r(\lambda_2) \\ &\quad+\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda\int_0^{\infty}d\sigma\,\overline{\{m(t-\lambda)+1\}m(t-\tau-\sigma)}\;\overline{w(t-\lambda)n(t)}\,r(\lambda)+\int_0^{\infty}d\sigma\,\overline{m(t-\tau-\sigma)n(t)} \end{aligned} \qquad (5)$$

となる。$\overline{m(t)}=\overline{w(t)}=0$ により，上式第2,3項は0となり，また，$w(t)$ の白色性：$\overline{w(t-\lambda_1)w(t-\lambda_2)}=N\cdot\delta(\lambda_1-\lambda_2)$ （Nは $w(t)$ のパワ）を用いれば，（但し，$\delta(t)$：Diracのδ関数）

$$\phi_{\overline{m}y^2}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda\int_0^{\infty}d\sigma\,\frac{N}{4}\,r^2(\lambda)\,\overline{\{m(t-\lambda)+1\}^2 m(t-\tau-\sigma)} \quad \left(\begin{matrix}\text{ここで，} m(t)=\pm1,\ m^2(t)\equiv1, \\ \overline{m(t)}=0 \text{ を用いると，次式へ}\end{matrix}\right)$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda\int_0^{\infty}d\sigma\,\frac{N}{2}\phi_{mm}(\tau-\lambda+\sigma)r^2(\lambda)\underset{(4)\text{より}}{=}\frac{N}{2}\int_{-\infty}^{\infty}r^2(\lambda)\phi_{\overline{m}m}(\tau-\lambda)d\lambda\triangleq\frac{N}{2}\phi_{\overline{m}m}(\tau)*r^2(\tau) \qquad (6)$$

この結果は，パワ伝送系 $r^2(\tau)$ を，$\phi_{\overline{m}m}(\tau)$ で励振したときの出力（の $\frac{N}{2}$）が，$\phi_{\overline{m}y^2}(\tau)$ になっていて，しかも雑音 $n(t)$ の影響は受けないことを示す。$\phi_{\overline{m}m}(\tau)$（Fig.2 (a')の形）は，ほぼ階段状で，残響時間の定義における，連続励振後の遮断と見なせるから，$\phi_{\overline{m}y^2}(\tau)$ は，残響減衰曲線に一致する。別の表現をすれば，Schroederの方法で，Fig.3のような窓の短音を用いたことに等価である。これを log scale に変換すれば，勾配から残響時間が計算される。

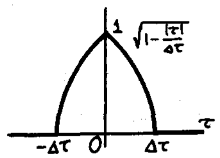

Fig. 3. Equivalent Window.

5 実験結果例　雑音存在下での一例をFig.4に示す。詳しい実験と，他の方法との比較検討は，橘秀樹氏がしておられるので[4]，御参照願いたい。

6 結語　音響計測に広範な応用を持つ[2] M系列変調相関法を，少し変形することにより，雑音存在下でも可能な，残響時間測定の方法を得た。なお，この研究は，東大宇宙研においてなされたものである。

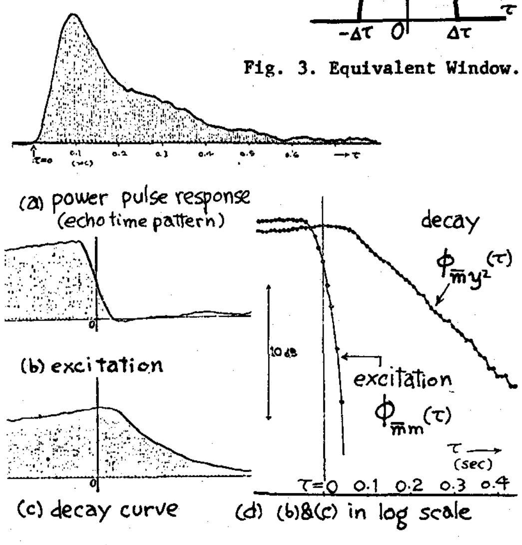

Fig. 4. Results of Experiment.

文献　1) M.R.Schroeder： J.A.S.A. vol37 (1965)
2) 青島・五十嵐：M系列の相関を用いた音響測定 日音学誌 24巻4号('68)
3) 嵯峨山・五十嵐・石井：M系列変調を用いた長距離音響伝搬特性の測定 日・音学・講 昭48年10月
4) 橘・石井：M系列変調相関法による残響時間の測定 —実験的検討— 本論文集