動的計画法に基づく自動対位法*

◎中潟昌平 † 西本卓也 † 嵯峨山茂樹 †
† 東京大学大学院 情報理工学系研究科 †† 東京大学 工学部計数工学科

1 はじめに

旋律同士の組み合わせによる作曲法を対位法という．本稿では，対位法に基づき，与えられた定旋律から対旋律を自動で生成する手法を検討する．対位法は和声学とともに作編曲の主要原理であり，その数理定式化はカノン，フーガの自動編曲ソフトや，対位法学習者の支援に役立つと期待される．また和声による多くの曲では，低音旋律と上声の関係が対位法の理論に基づいており，自動和声付けの研究における和声の転回形の決定に応用できると考えられる．

対旋律生成による自動編曲の研究として，古典対位法の教科書 [1] を参考にしたルールに基づくもの [2] や，マルコフモデルを用いた確率的アプローチ [3, 4] などがあり，対位法に適合した対旋律が得られている．一方で，これらの手法は対位法の性質に基づくコストの決定法が人為的であることや，対象となる対位法が制限されるなどの課題がある．本稿では，対位法楽曲の統計学習による確率モデルと動的計画法 (Dynamic Programming) を用いて，リズムに制限のない二声の混合対位法において対旋律を生成するアルゴリズムについて検討する．

2 二声混合対位法の対旋律生成問題

2.1 確率モデルによる定式化

我々は対旋律を自動生成するにあたって，作曲家が作編曲を行う際，音楽経験や個性により頭脳に形成された「確率モデル」(例えば，禁則を犯す確率は低い) の下に，その他の意図が反映されると考える．ここでは前者の確率モデルを定式化し，それにより自動対位法を行う．

この仮定において，対旋律生成問題は，定旋律 F が与えられたとき対旋律 C の条件付き確率 $\Pr(C|F)$ を最大にする問題として捉えることができる．すなわち，確率最大の対旋律 $\tilde{C}$ は次式により定式化される．

$$\tilde{C} = \operatorname*{argmax}_{C} \Pr(C|F) \tag{1}$$

C，F のあらゆる組合せに関して十分な量の統計データが得られれば，$\tilde{C}$ が推定できるが，現実にはデータ収集が困難で，仮に可能であっても計算量が膨大になる．そこで，対位法の規則や性質を反映する $\Pr(C|F)$ の近似モデルを導入する．

2.2 リズム生成と旋律付け

混合対位法では音数の制約がなくリズムが自由なので，対旋律の自動生成には，まずリズムを決定し後に音高を探索する方策を取る．本稿では，リズムを最初から最後まで決定して旋律付けを行う分割モデルと，リズムと旋律付けを逐次的に行う統合モデルを提案し (図 1)，両モデルの動作を比較する．

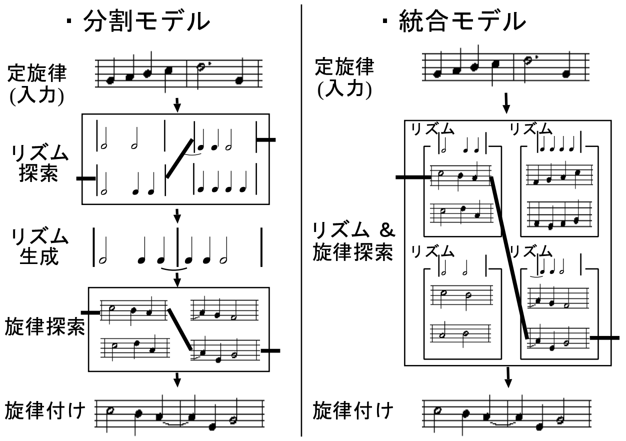

図 1: 二つのモデルにおける対旋律生成手順の比較

3 リズム生成と旋律付けの分割モデル

3.1 分割モデルにおける定式化

分割モデルでは定旋律 F への対旋律 C のリズムを R^C として，確率モデル $\Pr(C|F)$ は次式で近似できる．

$$\Pr(C|F) \simeq \Pr(C|R^C, F)\Pr(R^C|F) \tag{2}$$

上式の $\Pr(R^C|F)$ はリズム生成確率，$\Pr(C|R^C, F)$ はリズムが与えられた下での対旋律生成確率である．

3.2 リズム生成過程

本手法では，対旋律のリズム生成において定旋律 F の音高情報を除いたリズム R^F が最も重要であると仮定して，$\Pr(R^C|F)$ を次式で近似する．

$$\Pr(R^C|F) \simeq \Pr(R^C|R^F) \tag{3}$$

R^C と R^F の全域にわたって統計学習することは困難である．そこでこれらをある時間幅で分割し，R^C の i 区間目のリズム断片 ${r^c}_i$ が，同じ区間内にある定旋律のリズム断片 ${r^f}_i$ と一区間前のリズム ${r^c}_{i-1}$ のみに依存して局所的に決まるとして次式の近似を行う．

$$\Pr(R^C|R^F) \simeq \prod_{i=2}^{N} \Pr({r^c}_i|{r^f}_i)\Pr({r^c}_i|{r^c}_{i-1}) \cdot \Pr({r^c}_1|{r^f}_1) \tag{4}$$

このモデルは単純マルコフモデルと等価であり，$\Pr(R^C|R^F)$ を最大とするリズム $\tilde{R^C}$ は動的計画法により効率よく求められる．

3.3 旋律付け過程

リズム生成同様に，確率モデル $\Pr(C|R^C, F)$ においてあらゆる組み合せから $\tilde{C}$ を探索すれば組み合わせ爆発を引き起こす．対位法では旋律の各音は近隣の音に最も依存する性質があり，これに従った近似を確率モデルに適用しても差し支えないと考えられる．そこで，$F = f_1 f_2 \cdots f_N$，$C = c_1 c_2 \cdots c_N$ で区間分割し，確率モデルを次式の単純マルコフモデルで近似する．

$$\Pr(C|R^C, F) \simeq \prod_{i=2}^{N} \Pr(c_i|c_{i-1}, f_{i-1}, f_i) \cdot \Pr(c_1|f_1) \tag{5}$$

*“Automatic Counterpoint Based on Dynamic Programming” by Shohei NAKAGATA, Takuya NISHIMOTO and Shigeki SAGAYAMA (The University of Tokyo).

f_i と c_i はリズムと音高の情報を持ち膨大な組み合わせがあるので，単純に統計を取るだけでは確率モデルに十分に反映できない．対旋律作成において各旋律の横のつながりと旋律間の垂直音程の変化が重要であることを考えると，(5) 式の各確率は旋律の良さを表す旋律遷移確率 $\Pr({m^c}_i|{m^c}_{i-1})$ と，音程進行の尺度となる音程遷移確率 $\Pr(d_i|d_{i-1})$ の積により，

$$\Pr(c_1|f_1) \simeq \Pr({m^c}_1)\Pr(d_1) \tag{6}$$

$$\Pr(c_i|c_{i-1}, f_{i-1}, f_i) \simeq \Pr({m^c}_i|{m^c}_{i-1})\Pr(d_i|d_{i-1}) \tag{7}$$

で近似できる．ここで，${m^c}_i$ は c_i の音高情報のみの系列，d_i は c_i と f_i の音程情報の系列を表す．対旋律 $\tilde{C}$ はこれらの近似で動的計画法により求められる．

4　リズム生成と旋律付けの統合モデル

統合モデルは次式で示す単純マルコフモデルにより近似できる．

$$\begin{aligned}\Pr(C|F) \simeq \;& \textstyle\prod_{i=2}^{N}\{\Pr({m^c}_i|{m^c}_{i-1})\Pr(d_i|d_{i-1}) \\ & \quad \cdot \Pr({r^c}_i|{r^f}_i)\Pr({r^c}_i|{r^c}_{i-1})\} \\ & \cdot\Pr({m^c}_1)\Pr(d_1)\Pr({r^c}_1|{r^f}_1)\end{aligned} \tag{8}$$

対位法による作曲の際に，不自然な音程進行がリズムを変えるだけで大いに改善される場合もあるため，式 (8) によりリズムと旋律を同時に探索できれば，より精度の高い対旋律 $\tilde{C}$ が生成される見込みがある．

5　対旋律生成実験

分割モデルと統合モデルによる対旋律生成実験を行った．リズム生成と旋律付けの各確率は，十六世紀前後の対位法楽曲 73 例の統計により定めた．その際，分割区間の幅は一小節 (四拍)，統計に反映する最小の音符長は八分音符とした．

5.1　旋律遷移確率の設定法

各サンプルにおいて 2〜10 音の旋律の統計を取り，臨時記号を含む音高のみを音符情報として用いた．その際，同音連続の音列は一音と見なし，休符は統計データに反映しなかったが，八分休符の場合，それを挟む二音符間は音が途切れず鳴っているとした．また，オクターブ違いの二旋律は同一のものとした．

統計から旋律遷移確率を作成する際，${m^c}_{i-1}$ と ${m^c}_i$ に含まれる音符数が多い場合に，全部の音符を確率に反映すると組み合わせが多くなるため，適用する ${m^c}_{i-1}$ の音符は最大で最後の二つの音符とした．また最初の音列 ${m^c}_1$ の生成確率は，事前に与えられる対旋律の最初の音符からの条件付き確率として定めた．

5.2　音程遷移確率の設定法

各楽曲の二声間の全組み合わせにより統計を取って音程遷移確率を設定した．系列 d_i の各要素が持つ情報として，度数と半音数 (長短など) を含む音程と，前の音からの声部進行 (並行，反行，斜行など) を用い，系列の中で最も度数の少ない音程が複音程 (増八度以上の音程) になる場合はそれを単音程 (完全八度以下) と見なして[1]統計データを採取した．また，不協和音程の斜行以外での使用や，二声対位法では禁じられている五度や八度の連続進行も予め除外した．

統計データを反映するにあたって，d_{i-1} と d_i の組み合わせが膨大で，また音程変化は近隣の進行に最も影響を受ける対位法の性質から，音程遷移確率は小節間に生じる隣接音程の遷移確率の積で近似した．

[1]例えば，音程系列が短十度，長九度の場合，短三度，長二度と見なす．

図 2: 分割モデルによる対旋律生成結果の例 (下声が対旋律)

図 3: 統合モデルによる対旋律生成結果の例 (下声が対旋律)

5.3　統計では扱えない規則や性質の適用法

統計学習では扱えない対位法の規則，性質として上行掛留の禁止，強拍間の連続五，八度の禁止などがある．これらを確率モデルに反映するため，ペナルティに関する確率を人為的に付加した．

5.4　実験結果と考察

図 2 に分割モデル，図 3 に統合モデルの対旋律生成結果例を示す．図例において両手法とも同じ定旋律を上声に与え，下声を対旋律として探索した．

分割モデルにより探索を行った場合 (図 2)，第一小節と第二小節の間の連続五度，終止形の規則違反など不適合な箇所が見られた．これはリズム制約による問題で，各過程を改良しても解決できない．

一方，リズムと旋律を逐次探索できる統合モデル (図 3) では対位法として妥当性の高い対旋律が生成されたが，探索空間増大のために計算量が増大した．

5.5　生成対旋律の評価実験

統合モデルから得られた対旋律 100 例の主観評価を作曲の専門家に依頼し，五段階評価で良い順から 31.0%，62.0%，7.0%，0.0%，0.0% の結果を得た．

6　まとめ，今後の展望

本稿では，二声混合対位法の対旋律生成を確率最大化問題として定式化し，統計と動的計画法により対位法に則した対旋律が得られることを示した．

今後は，模倣旋律，カノンによる対旋律生成法，三声以上のアルゴリズムを検討したい．また，統計データから対位法のより本質的な情報を抽出し，人為的なペナルティを極力与えない方法も考えていきたい．

謝辞

自動生成対旋律を評価して下さった桐朋学園大学音楽学部 金子仁美講師に深謝する．

参考文献

[1] J. J. Fux: Gradus ad Parnassum, 1725. (坂本良隆訳: 古典対位法, 音楽之友社, 1950.)

[2] William Schottstaedt: “Automatic Counterpoint,” in Max V. Mathews and John R. Pierce, editors, *Current Directions in Computer Music Reseatrch*, MIT Press, 1989.

[3] M. Farbood and B. Schoner: “Analysis and synthesis of Palestrina-style counterpoint using Markov chains,” *In Proceedings of the International Computer Music Conference*, pp. 471-474, 2001.

[4] 中潟昌平, 西本卓也, 嵯峨山茂樹: “動的計画法と音列出現確率を用いた対位法の対旋律の自動生成,” 情報処理学会研究報告 *(MUS)*, 2004-MUS-56, pp. 65-70, Aug. 2004.